

Дополнительные главы теории функций.
2010 год, спец. курс для студентов 4 курса.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

1. Верхняя и нижняя функции Бэра. Их свойства и связь с непрерывностью.
2. Критерий интегрируемости по Риману. Связь между интегралами Римана и Лебега.
3. Пример дифференцируемой функции, не интегрируемой по Риману. Интегрируемость производной по Лебегу.
4. Функции ограниченной вариации.
5. Связь функций ограниченной вариации с монотонными функциями. Следствия.
6. Непрерывные функции ограниченной вариации.
7. Индикатриса Банаха.
8. Теорема Витали.
9. Абсолютно непрерывные функции.
10. Восстановление абсолютно непрерывных функций по их производной.
11. Непрерывные отображения. Свойство Лузина.
12. Теорема Банаха–Зарецкого. Теорема Фихтенгольца.
13. Неопределенный интеграл Лебега.
14. Связь абсолютно непрерывных функций с неопределенными интегралами.
15. Вычисление вариации абсолютно непрерывной функции.
16. Сингулярные функции.
17. Функция Рисса.
18. Функция Минковского.
19. Производные числа.
20. П. в. неотрицательность производных чисел влечет монотонность функции.
21. Восстановление функции по ее суммируемой производной. Примеры.
22. Теорема Данжуа–Юнга–Сакса.
23. Теоремы Бореля и Фреше.
24. Теорема Лузина о характеристике измеримых функций.
25. Технические леммы к теореме Лузина.
26. Теорема Лузина о существовании почти первообразной.

ИНТЕГРАЛ ХЕНСТОКА–КУРЦВЕЙЛЯ

27. Определение интегралов Хенстока–Курцвейля и Мак-Шейна. Лемма Кузена.
28. Простейшие свойства интегралов. Критерий Коши.
29. Примеры. Аддитивность интегралов.
30. Обобщенная первообразная. Восстановление производной.
31. Интегрируемость по Мак-Шейну п. в. непрерывных функций. Следствия.
32. Независимость интегралов от значений функции на множестве меры 0.
33. Интегрируемость по Мак-Шейну ограниченной измеримой функции.
34. Неопределенные интегралы Хенстока и Мак-Шейна. Дифференцируемость интеграла.
35. Леммы Сакса–Хенстока и Колмогорова–Хенстока.
36. Непрерывность неопределенного интеграла Хенстока.
37. П. в. дифференцируемость неопределенного интеграла Хенстока.
38. Следствия. Примеры.
39. Несобственный интеграл Хенстока.
40. Следствия. Примеры.
41. Неравенство Чебышёва для интеграла Хенстока.
42. Теорема Беппо Леви интеграла Хенстока.
43. Совпадение интегралов Мак-Шейна и Хенстока на классе неотрицательных функций.
44. Связь между интегрируемостью по Лебегу и по Хенстоку. Пример функции, интегрируемой по Хенстоку, но не интегрируемой по Лебегу.
45. Абсолютность интеграла Мак-Шейна. Следствия о связях между интегралами Лебега, Мак-Шейна и Хенстока.
46. Интегралы Мак-Шейна и Хенстока на прямой.
47. Интегрируемость по Хенстоку сходящегося ряда.
48. Интегралы Мак-Шейна и Хенстока в \mathbb{R}^n .
49. Мажоранты, миноранты, определение интеграла Перрона.
50. Свойства интеграла Перрона.
51. Интегрируемость по Перрону влечет интегрируемость по Хенстоку.
52. Интегрируемость по Хенстоку влечет интегрируемость по Перрону.