

# ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ. Вечернее отделение, семестр 2, весна 2007.

1. Геометрический смысл производной. Односторонние производные.
2. Теоремы Ферма и Ролля.
3. Теорема Лагранжа. Формула конечных приращений. Теорема Коши.
4. Теорема Дарбу. Следствие.
5. Производные высших порядков. Формулы производных высших порядков для функций  $x^p$ ,  $\ln x$ ,  $a^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{arctg} x$ .
6. Формула Лейбница.
7. Формула Тейлора для многочлена.
8. Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа.
9. Формулы Тейлора с остатком в форме Коши и в форме Пеано.
10. Формулы Тейлора для функций  $x^p$ ,  $\ln x$ ,  $a^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{arctg} x$ .
11. Иррациональность числа  $e$ .
12. Единственность формулы Тейлора.
13. Условие постоянства и монотонности функций.
14. Достаточные условия экстремума.
15. Выпуклые функции: определение, геометрический смысл, лемма о трех хордах, следствия.
16. Свойства выпуклых функций.
17. Характеристика выпуклых функций в терминах производной.
18. Характеристика выпуклых функций в терминах касательной.
19. Неравенство Йенсена. Неравенство о средних.
20. Неравенство Гёльдера и два неравенства Минковского.
21. Правило Лопиталя для неопределенности  $0/0$ .
22. Правило Лопиталя для неопределенности  $\infty/\infty$ . Примеры.
23. Интерполяционная формула Лагранжа.
24. Понятие первообразной функции и неопределённого интеграла.
25. Простейшие свойства неопределённого интеграла. Замена переменной.
26. Таблица основных интегралов. Геометрический смысл подстановок Эйлера и подстановки  $\operatorname{tg} x/2$ .
27. Определение определённого интеграла. Необходимое условие интегрируемости.
28. Суммы Дарбу.
29. Условие существования интеграла.
30. Классы интегрируемых функций (кусочно непрерывная функция, монотонная функция).
31. Свойства интегрируемых функций, связь интегрируемости с непрерывностью. Примеры.
32. Интеграл по ориентированному промежутку. Аддитивность и линейность интеграла.
33. Свойства определённого интеграла, выраженные неравенствами.
34. Первая теорема о среднем. Различные формулировки и следствия.
35. Определённый интеграл как функция верхнего предела. Пример функции, не имеющей первообразной.
36. Формулы Ньютона–Лейбница, замены переменной в определённом интеграле. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
37. Вторая теорема о среднем.
38. Формула Тейлора с остатком в интегральной форме. Следствие.
39. Приближенное вычисление интегралов. Метод трапеций.
40. Формула Валлиса.
41. Формула Стирлинга.
42. Трансцендентность числа  $e$ .
43. Интегральное неравенство о средних. Неравенство Гёльдера.
44. Неравенство Минковского. Интегральное неравенство Йенсена.