Программа экзамена по математическому анализу.
Вечернее отделение, семестр 4, весна 2008.

1. Метрические пространства. Простейшие свойства. Равносильность определений замкнутых множеств.

2. Полнота. Свойства фундаментальных последовательностей.

3. Примеры метрических пространств. Принцип Больцано–Вейерштрасса в $\mathbb{R}^n$. Полнота $\mathbb{R}^n$, $\mathbb{C}^n$ и $C([a, b])$. Пример неполного метрического пространства.

4. Норма и скалярное произведение. Определение нормы через скалярное произведение. Примеры.

5. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном пространстве.

6. Линейные отображения. Норма линейного оператора. Норма оператора, дейтсвующего из конечномерного пространства.

7. Норма композиции операторов. Равносильные определения нормы.

8. Теорема об обратимости операторов, близких к обратимым. Следствие.

9. Непрерывные отображения. Отображения в $\mathbb{R}^n$. Связь с непрерывностью координатных функций.

10. Непрерывность сужения. Непрерывность по направлению. Примеры, показывающие, что ни непрерывности по каждой координате, ни непрерывности по направлению не достаточно для глобальной непрерывности.

11. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Частные случаи опредления. Непрерывность дифференцируемой функции. Единственность дифференциала.

12. Свойства дифференцируемости.

13. Частные производные и производные по направлению. Пример, показывающий, что наличие производных по направлению не достаточно для дифференцируемости.

14. Непрерывная дифференцируемость. Связь с частными производными.

15. Неравенство Лагранжа. Необходимое условие экстремума.

16. Теорема об обратной функции. Шаг 1: доказательство взаимной однозначности в некоторой окрестности.

17. Теорема об обратной функции. Шаг 2: открытость образа.

18. Теорема об обратной функции. Шаги 3–4: дифференцируемость обратной функции. Следствие.

19. Теорема о неявной функции.

20. Теорема о равенстве смешаных производных.

21. Следствие теоремы. Пример, показывающий, что равенство смешаных производных не всегда имеет место.

22. Различные варианты формулы Тейлора.

23. Достаточные условия экстремума.

24. Относительные экстремумы. Метод множителей Лагранжа.

25. Теорема Кантора. Интеграл от непрерывной функции двух переменных. Формула Лейбница.

26. Производная интеграла, зависящего от параметра. Теорема о повторных интегралах.

27. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Примеры. Критерий Коши.

28. Следствие критерия Коши. Признак Вейерштрасса.

29. Теорема о перестановке несобственного интеграла с пределом. Пример.

30. Теорема о непрерывности несобственного интеграла по параметру. Теорема о перестановке интегралов.

31. Теорема о дифференцируемости несобственного интеграла по параметру (формула Лейбница).

32. Свойства B-функции.

33. Свойства Γ-функции (свойства 1, 3, 4).

34. Свойства Γ-функции (свойства 2, 5, 6).