# Программа экзамена по математическому анализу.
## Вечернее отделение, семестр 6, весна 2009.

### Поверхностные интегралы

**1.** Дифференциальне формы в $\mathbb{R}^n$. Внешнее произведение. Внешнее дифференцирование.

**2.** Свойства внешнего дифференцирования. Примеры дифференциальных форм.

**3.** Поверхности в $\mathbb{R}^n$. Определение и примеры.

**4.** Ориентация поверхности. Определение и примеры.

**4.** Поверхности с краем. Определение и примеры. Ориентация края.

**5.** Кусочно-гладкие поверхности. Примеры. Ориентация кусочно-гладких поверхностей.

**6.** Перенос дифференциальной формы.

**7.** Интеграл от дифференциальной формы по $k$-мерной кусочно-гладкой поверхности. Определение и свойства.

**8.** Формула Стокса. Частные случаи.

**9.** Доказательство формулы Стокса. Шаги 1–3.

**10.** Разбиение единицы. 4-й шаг доказательства формулы Стокса.

**11.** Площадь поверхности. Общее определение. Частные случаи.

**12.** Площадь поверхности: определение через форму площади.

**13.** Интеграл первого рода.

### Теория функций комплексной переменной

**14.** Дифференциальные формы на плоскости. Необходимое и достаточное условие существования первообразной.

**15.** Необходимое условие существования первообразной для $C^1$-гладкой формы. Замкнутые формы.

**16.** Гомотопные пути. Лемма о первообразной относительно отображения.

**17.** Теорема об интеграле по гомотопным путям. Первообразная замкнутой формы в односвязной области.

**18.** Голоморфные функции. Условия Коши–Римана.

**19.** Степенные ряды. Радиус сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.

**20.** Различные формы записи условий Коши–Римана. Частные производные $\frac{\partial}{\partial z}$ и $\frac{\partial}{\partial \bar{z}}$.

**21.** Голоморфные функции с постоянной вещественной частью и с постоянным модулем. Определение интеграла от голоморфной функции.

**22.** Теорема Коши о дифференциальной форме $f(z)\,dz$. Два доказательства.

**23.** Следствие из теоремы Коши. Модификация теоремы Коши.

**24.** Интегральная формула Коши.

**25.** Аналитичность голоморфной функции. Следствия.

**26.** Теорема Морера. Следствия. Теорема об интеграле от $\frac{f(z)}{z-a}$.

**27.** Неравенство Коши. Теорема Лиувилля.

**28.** Основная теорема алгебры.

**29.** Теорема о среднем. Лемма к принципу максимума.

**30.** Принцип максимума.

**31.** Лемма Шварца.

**32.** Теорема единственности.

**33.** Ряды Лорана. Единственность.

**34.** Ряды Лорана. Существование разложения. Следствие.

**35.** Неравенство Коши. Особые точки голофорфных функций. Примеры.

**36.** Теорема Сохоцкого. Формулировка теоремы Пикара.

**37.** Теорема о вычетах.

**38.** Формулы для вычисления вычетов.

**39.** Теорема о числе нулей и полюсов.

**40.** Теорема Руше. Второе доказательство основной теоермы алгебры.

**41.** Теорема о решениях уравнения $f(z) = w$.

**42.** Следствия об открытости голоморфного отображения и о локальной однолистности.

**43.** Конформные отображения. Теорема Римана. Доказательство единственности.

**44.** Дробно-линейные отображения. Свойства (до образов окружностей).

**45.** Дробно-линейные отображения с тремя заданными точками. Общий вид конформных отображений круга на круг. Общий вид конформных отображений круга на полуплоскость и полуплоскости на круг.

**46.** Общий вид конформных отображений полуплоскости на полуплоскость.

**47.** Теорема Вейерштрасса о рядах голоморфных функций.

**48.** Гармонические функции.

**49.** Лемма Жордана. Лемма о полувычете.

### Ряды Фурье

**50.** Тригонометрические ряды. Коэффициенты Фурье равномерно сходящихся рядов.

**51.** Комплексная запись коэффициентов Фурье.

**52.** Лемма Римана–Лебега.

**53.** Частичные суммы рядов Фурье. Ядро Дирихле.

**54.** Три формулы для частичных сумм ряда Фурье. Принцип локализации.

**55.** Признак Дини.

**56.** Следствия признака Дини.

**57.** Ряд Фурье для функции $\frac{\pi - x}{2}$.

**58.** Признак Липшица.

**59.** Сходимость рядов Фурье в среднем. Ядро Фейера.

**60.** Теорема Фейера.

При изложении ТФКП за основу взяты вторая и третья главы книги *Анри Картана Элементарная теория аналитических функций одного и нескольких комплексных переменных*. Изложение рядов Фурье основано на соответствующей главе третьего тома учебника *Л. Д. Кудрявцева Математический анализ*.